

文章编号: 2095-2163(2022)12-0147-06

中图分类号: TP391.41;R318

文献标志码: A

基于级联卷积神经网络的非笛卡尔磁共振重建

覃芹¹, 张利^{1,2}, 张达敏¹, 蔡宇佳¹, 冉文兵¹

(1 贵州大学 大数据与信息工程学院, 贵阳 550025; 2 贵州大学 省部共建公共大数据国家重点实验室, 贵阳 550025)

摘要: 非笛卡尔磁共振重建是加速磁共振成像一种重要方法,是临床诊疗中不可或缺的工具。然而非笛卡尔磁共振重建受重建算法的影响导致其重建质量较差。针对非笛卡尔磁共振重建质量较差的问题,本文提出了一种基于密度补偿的级联卷积神经网络,本方法属于跨域网络,利用非均匀快速傅里叶变换层连接图像空间和测量空间。测量空间利用数据一致层来保证数据的一致性,图像空间利用卷积层来提取特征信息,其中卷积去噪自编码器用于提取高频信息,以重建出更多的细节部分。为了验证方法的有效性,在 fastMRI 单线圈膝盖数据集上进行实验,本文提出方法在 4 倍加速因子条件下,峰值信噪比提高了 1.9 dB,结构相似性提高了 0.1,在 6 倍加速因子条件下,峰值信噪比提高了 1.2 dB,结构相似性提高了约 0.1。

关键词: 非笛卡尔欠采样; MRI 图像重建; 自编码器; 级联卷积神经网络

Non-cartesian magnetic resonance reconstruction based on cascaded convolutional neural networks

QIN Qin¹, ZHANG Li^{1,2}, ZHANG Damin¹, CAI Yujia¹, RAN Wenbing¹

(1 College of Big Data and Information Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China;

2 State Key Laboratory of Public Big Data, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

[Abstract] Non-cartesian magnetic resonance reconstruction is an important method of accelerated magnetic resonance imaging and an indispensable tool in clinical diagnosis and treatment. The quality of non-cartesian magnetic resonance reconstruction is poor due to the influence of reconstruction algorithms. In order to solve the problem of redundant calculation and large calculation error in the reconstruction of non-cartesian undersampled magnetic resonance images, this paper proposes an neural network based on density compensation, which belongs to the cross-domain network and connects the image space with the measurement space by using the non-uniform fast Fourier transform layer. The data consistency layer is used in the measurement space to ensure the consistency of data, and the convolution layer is used in the image space to extract feature information. The convolution denoising autoencoder is used to extract high-frequency information to reconstruct more details. In order to verify the effectiveness of the method, experiments are carried out on the fastMRI single-coil knee dataset. Under the condition of 4x acceleration factor, the proposed method improves the peak signal-to-noise ratio by 1.9 dB and the structural similarity by 0.1. Under the condition of 6x acceleration factor, the peak signal-to-noise ratio is increased by 1.2 dB and the structural similarity is increased by about 0.1.

[Key words] non-cartesian undersampling; MRI image reconstruction; autoencoders; cascaded convolutional neural networks

0 引言

磁共振成像(Magnetic Resonance Imaging, MRI)利用核磁共振原理进行图像重建,具有无放射性损害、对比度高等特点,现已广泛应用在医学成像上,是临床诊断中不可或缺的技术工具^[1]。MRI 过程由数据采集过程和重建过程组成,需用到的数据采集方式有笛卡尔采样和非笛卡尔采样。其中,非笛卡尔采样是加速磁共振成像的一种重要方法,能够极大地减少数据采集时间。

传统的非笛卡尔重建,主要有 NUFFT (Non-Uniform Fast Fourier Transform) 算法和网格化 (Gridding) 算法。Gridding 算法是 1975 年由 Brouw^[2] 最先提出并应用在天文数据处理上,后经发展被广泛应用在核磁共振成像和计算机层析等成像中。1993 年, Dutt 等人^[3] 全面研究了 NDFT 问题的 4 种格式,给出了快速算法使用插值公式将数据值从非均匀坐标点转至均匀的坐标点处,并使用标准的傅里叶变换达到快速计算的目的,这是 NUFFT 首次被提出^[3-4],此后发展至 nuffft 可由 tfkbnufft 和

基金项目: 贵州大学引进人才科研基金(贵大人基合字(2018)60号)。

作者简介: 覃芹(1997-),女,硕士研究生,主要研究方向:深度学习、医学图像处理;张利(1987-),男,博士,教授,主要研究方向:人工智能、大数据技术与应用;张达敏(1967-),男,博士,教授,主要研究方向:计算机软件、认知无线电;蔡宇佳(1996-),女,硕士研究生,主要研究方向:深度学习、医学图像处理;冉文兵(1997-),男,硕士研究生,主要研究方向:深度学习、医学图像处理。

通讯作者: 张利 Email: lizhang.science@gmail.com

收稿日期: 2022-09-18

torchufft 实现。在实现上,网格化算法和 nufft 算法都是卷积插值的过程,即利用合适的卷积函数与非笛卡尔采集到的磁共振数据进行卷积,将其转换到均匀分布的笛卡尔网格上。该过程存在大量冗余的计算量,同时也由于卷积函数选择的问题还存在较大误差,冗余计算和误差是导致非笛卡尔成像速度慢和质量差的主要原因。

近年来,不少学者将深度学习应用在欠采样的 MRI 重建领域中,与传统的基于模型的方法有所不同,基于深度学习的方法运用数据驱动技术,只要网络设计得当就可以通过大量数据训练实现非笛卡尔重建。Schlemper 等人^[5]提出了一个深度级联神经网络,并使用数据一致性模块(Data Consistency, DC)来保障数据的保真度。随后荣楚誉^[6]在级联网络的基础上,通过添加非均匀变换层,将级联网络推广至非笛卡尔情况。2018年,Zhu 等人^[7]提出了一种基于流行逼近的自动转换(Automated Transform by Manifold Approximation, AUTOMAP)的成像方法,提出一种统一的图像重建框架,该方法难以找到契合的流形估计,导致模型难以收敛,可能存在过拟合。

为了提高非笛卡尔磁共振重建质量,本文提出了一种深度神经网络一级联卷积神经网络^[8-9],利用密度补偿来纠正非笛卡尔 k 采样空间的不均匀加权,利用 forward nufft 运算符和 adjoint nufft 运算符交替实现测量空间和图像空间的交替修正问题。其中,图像空间由 3 个卷积层和 1 个卷积去噪自编码器组成,本方法的测量空间能够充分利用原始 k 空间数据,图像空间利用卷积去噪自编码器能够专注于高频信息的学习。

1 相关工作

磁共振是一项生物磁学核自旋成像技术,通过施加一个射频电磁波来辐射被检测物体,以此产生磁共振信号,该磁共振信号就是 k 空间数据。研究中将利用计算机来分析磁共振信号,进而得到磁共振图像。因此对于磁共振成像主要分为 2 个阶段:数据采集阶段和重建阶段。其中,数据采集阶段就是 k 空间数据的填充过程,重建阶段是实现从频率域数据到图像的过程。

1.1 问题建模

数据采集阶段由采集设备决定,在笛卡尔情况下,得到的完全采样的 k 空间,将其 IFFT 即可转换为磁共振图像,在非笛卡尔情况下, k 空间数据不是规则分布,需要利用数据重采样技术将其转换到笛卡

尔网格上后再使用 IFFT 进行成像。完全采样的 k 空间数据和磁共振图像之间的关系由式(1)来描述:

$$y_i(k_i, k_j) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x(i, j) e^{-i2\pi(k_i i + k_j j)} dk_i dk_j \quad (1)$$

其中, $x(i, j)$ 是需要重建的目标图像, $y_i(k_i, k_j)$ 是检测到的 MRI 信号,是频率空间的表示。从式(1)可知,重建的图像和检测到的信号是一对傅里叶关系对。因此当 MRI 信号已知时,图像重建的过程可由式(2)来描述:

$$x(i, j) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} y_i(k_i, k_j) e^{i2\pi(k_i i + k_j j)} didj \quad (2)$$

由于 MRI 信号数据是复数形式,无法对其进行直接展示,所以在数据处理中一般是提取复数的幅值和相位数据,再从幅值和相位数据中重构出空间图像。对于 k 空间数据,其中心部分对应于图像轮廓,高频部分对应于图像的细节部分,因此目前的图像重建挑战即是如何充分利用高频信息得到高质量的图像。

为了逼近更真实的磁共振重建场景,提高数据重建速度,提出非笛卡尔采样条件,但是在该采样条件下不能直接使用 IFFT,需要利用数据重采样将 MRI 信号转换到笛卡尔网格上。数据重采样就是卷积插值的过程,其目的是将非笛卡尔采样的 MRI 信号卷积插值到均匀分布的网格上,该算法依赖于卷积函数的选取,其数学实现可由式(3)来描述:

$$M^*(k_i, k_j) = [y_i^{nc}(k_i, k_j) * C(k_i, k_j)] \cdot III\left(\frac{k_i}{\Delta k_i}, \frac{k_j}{\Delta k_j}\right) \quad (3)$$

$$y_i^{nc}(k_i, k_j) = y_i(k_i, k_j) \cdot S(k_i, k_j) \quad (4)$$

其中, M^* 表示卷积插值后的数据; $y_i^{nc}(k_i, k_j)$ 是测量的非笛卡尔采样数据; $y_i(k_i, k_j)$ 为笛卡尔采样数据; $S(k_i, k_j)$ 为非笛卡尔采样函数,本文中探讨的非笛卡尔采样是径向采样,因此 $S(k_i, k_j)$ 为径向采样函数; $C(k_i, k_j)$ 是网格卷积函数。

1.2 相关算法

非笛卡尔磁共振重建常用的算法有网格化(Gridding)和非均匀傅里叶变换(NUFFT)。一般情况下,Gridding 在射电天文成像中应用较为广泛,NUFFT 算法则更多应用在磁共振图像重建中。而 NUFFT 算法主要分为 2 个运算符。一个是前向(Forward) NUFFT 运算符,前向运算的目的是模拟成像过程中的非均匀频率域数据。Forward NUFFT 运算符的操作流程如图 1 所示。另一个是伴随(Adjoint) NUFFT 运算符,这是一个成像过程,是将

非均匀的数据变换到规则的网格上后、再进行成像。

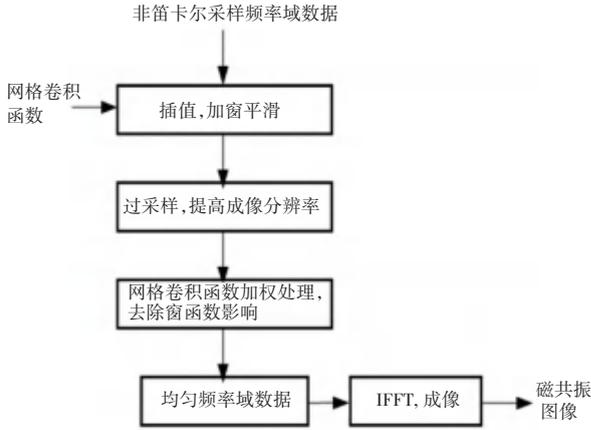


图 1 Forward NUFFT 运算子的操作流程

Fig. 1 Operation flow of Forward NUFFT operator

根据迭代重建的原理, 可将非笛卡尔欠采样磁共振由式(7)描述:

$$\min_x \{ \| \mathbf{F}_s \mathbf{x} * \mathbf{C} - \mathbf{y} \|_2^2 + \lambda \phi(x) \} \quad (5)$$

其中, \mathbf{x} 是待重建的目标图像; \mathbf{y} 是原始 k 空间数据; \mathbf{F}_s 表示系统矩阵; $\mathbf{F}_s \mathbf{x}$ 是非笛卡尔欠采样数据; \mathbf{C} 是网格卷积函数; $\| \mathbf{F}_s \mathbf{x} * \mathbf{C} - \mathbf{y} \|_2^2$ 为数据保真项; $\phi(x)$ 为正则化函数, 对于传统的方法来说, $\phi(x)$ 通常是 x 特定变换域的 l_0 或 l_1 泛式。

在选取网格卷积函数时, 要满足函数时域和频域都具有良好集中性的要求, 常用的网格卷积函数有 Gaussian 函数、Kaiser-Bessel 函数和长波球函数 PSWF 等。目前在磁共振非笛卡尔重建中, 常用的是具有较好灵活性的 Kaiser-Bessel 函数, 研究时用到的时域表达式和频域表达式分别见式(6)、式(7):

$$\hat{\varphi}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sinh(\alpha \sqrt{K^2 - x^2})}{\sqrt{K^2 - x^2}} \quad (6)$$

$$\varphi(\xi) = \begin{cases} I_0 K \sqrt{\alpha^2 - \xi^2} & |\xi| \leq \alpha \\ 0 & |\xi| > \alpha \end{cases} \quad (7)$$

在执行插值运算时, 要制定过采样系数 K 和插值宽度 W , 每一个采样点都有 W^2 大小的窗口, 从采样点到插值窗口内的每个均匀点的距离决定插值权重。过采样系数决定最终成像的分辨率。二者的选择直接影响算法的速度, 并且随着过采样系数 K 和插值宽度 W 的增大, 算法的计算复杂度也会变大, 由此即会带来硬件计算问题, 但这样成像的误差就越小, 图像质量也越高。综上所述可知, 随着其值的增大, 成像质量有所提高, 但是成像速度较慢, 因此在研究数据重采样算法时需要平衡成像速度和成像质量, 就要选择合适的过采样系数和插值宽度。

2 本文方法

非笛卡尔磁共振重建质量由重建算法决定, 目前的重建算法存在冗余计算和计算误差大的问题, 导致重建结果较差, 同时现有的神经网络算法不能很好地提取高频信息。为了实现高质量的非笛卡尔磁共振重建, 本文提出一种基于密度补偿的级联卷积神经网络。

2.1 方法理论

本文提出的非笛卡尔欠采样磁共振图像重建方法是一种迭代重建方法, 该网络是基于密度补偿的级联卷积神经网络。方法的整体流程可做阐述如下:

(1) 将采集的 k 空间数据进行非笛卡尔径向欠采样得到模型的输入数据 y_{nc} 。

(2) 将全采样 k 空间数据进行逆傅里叶变换, 得到真实的重建图像 x_{CT} 。

(3) 将 y_{nc} 和 x_{CT} 作为模型的训练数据集对, 经过网络 I 次迭代后得到网络重建结果 $x_{ncpdnet}$ 。推得的数学模型公式可写为:

$$x_i = f_{ncpdnet}(x_{CT} | \theta) = f_i(f_{i-1}(\dots f_1(x_{CT} | \theta_1) \theta_{i-1}) \theta_i) \quad (8)$$

其中, i 为网络当前迭代次数, $i \in [1, I]$; I 为总的迭代次数, $I = 10$; $\theta_i (i \in [1, I])$ 是每次迭代过程中的网络参数。基于密度补偿的神经网络依赖于密度补偿来纠正 k 空间的不均匀加权, 利用非均匀变换层来连接测量空间和图像空间, 其中测量空间和图像空间交替修正以补偿更多的细节信息, 实现高质量重建。这里给出网络结构设计如图 2 所示。对此拟展开研究分述如下。

(1) 测量空间网络。测量空间由数据一致性模块 (DC) 组成, 在每个步骤中引入原始测量数据, 保证数据的一致性。DC 最早是由 Schlemper 等人^[5]应用在欠采样的 MRI 中。测量空间可由式(9)进行描述:

$$(y, y_i, \Omega) = y - M_\Omega y_i \quad (9)$$

$$y_{nc}^i = M_\Omega y_i \quad (10)$$

其中, y 为原始全采样 k 空间; y_i 为第 i 次迭代的全采样 k 空间; Ω 为采样轨迹; M_Ω 为非笛卡尔径向欠采样。DC 模块可以作为先验知识来指导网络的学习。

(2) 图像空间网络。该部分网络由 3 个 $3 \times 3 \text{ conv2D}$ 组成, 由于卷积是对实值进行操作, 故而在输入数据传送至该模块前将复数表现形式的 k 空间提取实部和虚部, 再将其传入新的通道数中。这就使得传入图像网络空间数据的通道数比此前要多 2 个通道数。该部分用于提取从测量空间到图像空间映射的特征。

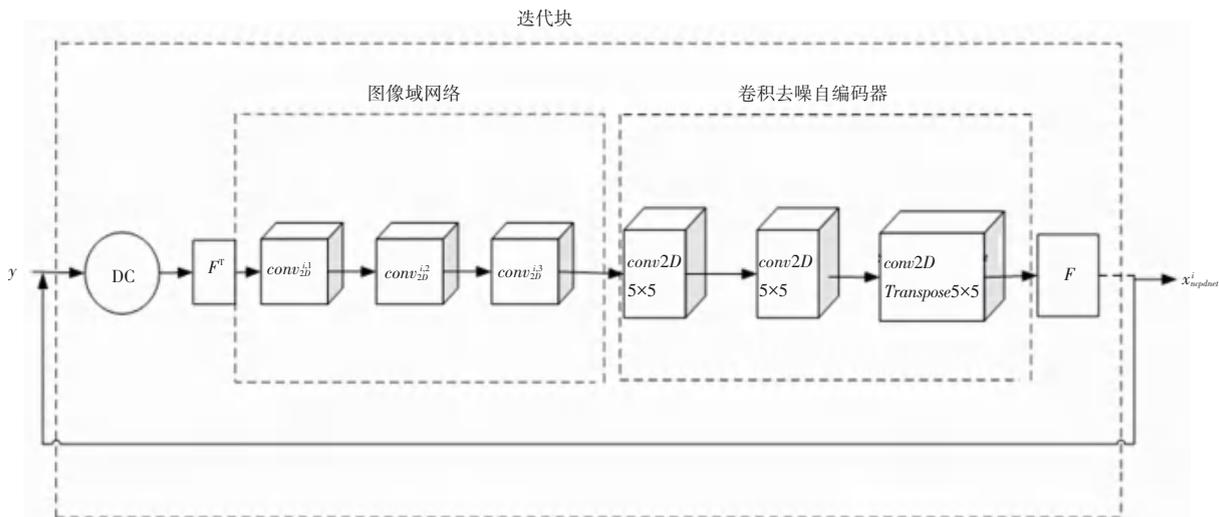


图2 网络结构图

Fig. 2 The structure diagram of the proposed network

(3) 卷积去噪自编码器。自编码器由编码层和解码层组成。编码器旨在提取特征,解码器是将特征通过与编码层相反的网络结构还原为原始数据。通过借助稀疏编码的思想,使用稀疏的高阶特征重新组合来重构自身,达到输出与原始数据尽可能相似的目的。但是在实际图像重建中存在重构误差,因此在自编码器的基础上,可以添加噪声来约束自编码器重构。这可使得编码器学习提取最重要的特征并学习输入数据中更加鲁棒的表示。

2.2 损失函数

磁共振重建是一个迭代重建的过程,从数学角度看是一个不断最小化损失函数的过程。这一过程可以被描述为式(11)~式(13):

$$L(\theta) = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q l(x_{ncpdnet}^i, x_{CT}^i) \quad (11)$$

$$x_{ncpdnet}^i = f_{ncpdnet}(y_{nc}^i) \quad (12)$$

$$l(x_{ncpdnet}^i, x_{CT}^i) = \frac{\sum_{i=1}^Q (x_{CT}^i - x_{ncpdnet}^i)^2}{Q} \quad (13)$$

其中, x_{CT}^i 是真实的磁共振图像作为模型的输出数据集; $x_{ncpdnet}^i$ 是网络输出; y_{nc}^i 是模型的非笛卡尔欠采样磁共振数据,是模型的输入数据集; Q 表示训练集的样本个数; $l(x_{ncpdnet}^i, x_{CT}^i)$ 是损失函数,利用神经网络进行磁共振图像重建就是利用大量数据训练模型,以此最小化损失函数。

3 实验与结果分析

3.1 实验数据

本文数据使用的是 fastMRI 数据集 (<https://fastmri.med.nyu.edu/>), 该数据集是 Facebook AI

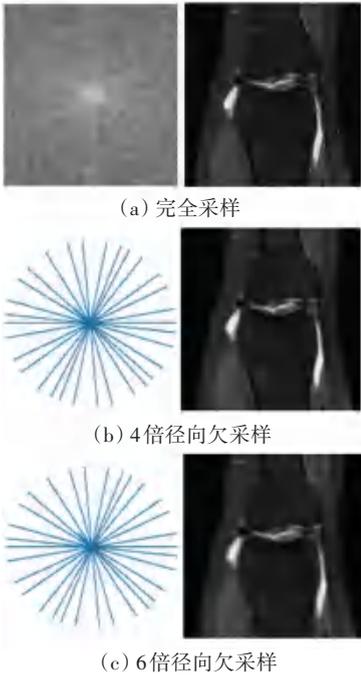
Research (FAIR) 和 NYU Langone Health 之间的合作研究项目,目的是研究使用 AI 提高 MRI 成像速度,并且从采样不足的 k 空间数据中高效恢复出图像, AI 进行 MRI 图像重建可以使 MRI 更广泛应用在医疗成像领域上,且符合更逼真的重建场景。fastMRI 数据集包括 2 种类型:膝盖磁共振图像和脑部磁共振图像。数据集包括训练集、验证集以及 masked 测试数据集。本实验采用的是单线圈膝盖数据集,图像尺寸大小为 320×320 , 平面分辨率为 $0.5 \text{ mm} \times 0.5 \text{ mm}$, 切片厚度为 3 mm, 切片之间无缝隙。训练集总共有 973 卷(973 个 h5 文件, 34 742 张图片), 验证集共有 199 卷(199 个 h5 文件, 135 张图片)。

3.2 欠采样模式

为了适应更真实的磁共振成像场景,提高数据的扫描速度,本文的欠采样模式为非笛卡尔径向欠采样。图 3 显示的是 tfkbnufft 不同采样模式下图像重建的结果。图 3(a)~(c) 中, 左边图像是 k -空间可视化, 右边图像是在图像域上的可视化。

3.3 评价指标

为了验证本方法,采用每张图像重建时间 T 和重建质量作为评价指标。重建质量指标为峰值信噪比和结构相似性。其中,峰值信噪比 (PSNR) 的定义是重建图像与原始图像之间对比质量的好坏, PSNR 越高、表明重建质量越好;结构相似性 (SSIM) 的定义是比较重建图像与原始图像之间的相似性,主要从亮度、对比度和结构三个方面来进行比较,其值范围为 $[0, 1]$, 即值越接近 1、就表示重建图像越接近于原始图像。

图 3 径向欠采样模式下 k 空间与重建图像的可视化Fig. 3 Visualization of k -space and reconstructed images in radial undersampling mode

3.4 实验环境与参数配置

本文基于密度补偿的神经网络模型是基于 Tensorflow 2.7.0 版本实现的, 显卡型号为 GPU RTX 3090 * 3, 其中显存大小为 24 GB。CPU 型号为 42 核 Intel(R) Xeon(R) Gold 6330 CPU @ 2.00 GHz, 内存大小为 180 GB。

网络迭代次数 $I = 10$, 测量空间网络由数据一致块构成, 以残差的方式不断修正测量 k 空间和原始 k 空间数据之间的差距, 图像空间网络由 3 个卷积层组成, 卷积大小都为 3×3 , 由于卷积层只能处理实数, 就需要 k 空间数据实部和虚部分别放入 2 个通道, 因此图像网络的输入通道数为 12, 输出通道数为 10, 核的初始化方式为 gloriot_uniform 方式。卷积去噪自编码器用于提取高频信息, 该模块由 2 个卷积层和 1 个反卷积层组成, 其中卷积层卷积核大小为 5×5 。在网络训练时, $batch_size$ 设置为一卷数据集, 即为一个 h5 文件, 损失函数为 mse , 优化器为 Adamw, 初始学习率为 $lr = 10^{-5}$ 。训练轮次为 200 轮。

3.5 实验结果

为了验证方法在非笛卡尔欠采样磁共振图像重建中的有效性, 以及卷积去噪自编码器在高频信息提取中的高效性, 本文将比较 3 种方法:

(1) 传统 tskbnuftt 重建算法, 是 torchkbnuftt 的进一步发展, 在重建速度上优于 torchkbnuftt。

(2) 基于密度补偿的神经网络(ncpdnet), 通过

在网络中添加非均匀变换层重建非笛卡尔数据。

(3) 基于密度补偿的级联卷积神经网络, 在ncpdnet 网络的基础上, 为了提取高频信息, 使网络具有更好的鲁棒性, 该网络利用卷积去噪自编码器学习更多细节信息, 以下称为 ours。

运行后, 4 倍非笛卡尔径向欠采样模式下重建质量和效率对比结果见表 1, 6 倍非笛卡尔径向欠采样模式下重建质量和效率对比结果见表 2, 4 倍欠采样模式下不同迭代次数下 ours 重建质量与效率对比结果见表 3。图 4 展示的是在 4 倍非笛卡尔欠采样条件下, 3 种方法的重建结果对比图。

表 1 4 倍非笛卡尔径向欠采样模式下重建质量和效率对比
Tab. 1 Comparison of reconstruction quality and efficiency in the 4x non-cartesian radial undersampling mode

方法	PSNR	SSIM	$T/$ ms
tfkbnuftt	25.560 3	0.568 1	826.000
ncpdnet	29.759 2	0.645 1	20.232
ours	31.656 9	0.741 1	22.793

表 2 6 倍非笛卡尔径向欠采样模式下重建质量和效率对比
Tab. 2 Comparison of reconstruction quality and efficiency in the 6x non-cartesian radial undersampling mode

方法	PSNR	SSIM	$T/$ ms
tfkbnuftt	25.132 0	0.511 0	739.000
ncpdnet	29.178 3	0.596 7	19.122
ours	30.622 7	0.697 0	21.504

表 3 4 倍欠采样模式下不同迭代次数下 ours 重建质量与效率对比
Tab. 3 Comparison of reconstruction quality and efficiency of ours under different iterations in 4x undersampling mode

迭代次数 I	PSNR	SSIM	$T/$ ms
12	26.525 1	0.577 6	25.376
11	29.161 6	0.569 0	24.041
10	31.656 7	0.741 1	22.793
8	29.923 1	0.686 1	17.767
7	28.659 1	0.630 9	16.196



图 4 在 4 倍欠采样下 3 种方法的重建结果图

Fig. 4 Reconstruction maps of the three methods under 4x undersampling mode

实验结果表明,基于神经网络的非笛卡尔欠采样重建速度比传统方法更快,主要是神经网络的方法基于数据驱动,不需要进行插值运算;ours 相比 ncpdnet 方法重建质量具有较大提升,主要是由于卷积去噪自编码器能够在密度补偿展开网络中发挥高频信息提取作用,以重建出更多的图像细节信息。同时,为了验证 $I = 10$ 是最佳迭代次数,对比了不同迭代次数下 ours 重建性能。虽然本文提出的方法相比于 ncpdnet 重建时间略长,这是由于模型参数量比 ncpdnet 大造成的,不过这个细微的重建时间差别并不影响本文方法的性能。上述结果均是在测试集表现的结果。

4 结束语

本文提出了一种基于密度补偿的级联卷积神经网络,该网络用于非笛卡尔欠采样磁共振图像重建,在本方法中,将 MRI 图像重建过程视为从非笛卡尔数据中迭代重建的过程,为了提取重建过程中的高频信息部分,将卷积去噪自编码器用于该重建任务中。同时对比了不同加速因子欠采样模式下重建质量和重建效率,通过实验证明了本文方法具有更强的细节信息提取能力,在 4 倍欠采样和 6 倍欠采样模式下,本文的方法能够有效提高重建图像的峰值信噪比和结构相似性。本实验建立在单线圈成像场景上,为了验证卷积去噪自编码器在密度补偿神经

网络中提取高频信息的能力,未来的工作可以将其应用到多线圈膝盖以及脑部图重建中。

参考文献

- [1] 郭红宇. 基于非笛卡尔采样的磁共振快速重建算法的研究[D]. 沈阳:东北大学,2010.
- [2] BROUW W N. Aperture synthesis[J]. *Methods in Computational Physics*, 1975, 14: 131.
- [3] DUTT A, ROKHLIN V. Fast Fourier transforms for nonequispaced data[J]. *Siam Journal on Scientific Computing*, 1993, 14(6): 1368–1393.
- [4] BEATTY P J, NISHIMURA D G, PAULY J M. Rapid gridding reconstruction with a minimal oversampling ratio [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2005, 24(6): 799–808.
- [5] SCHLEMPER J, CABALLERO J, HAJNAL J V, et al. A deep cascade of convolutional neural networks for MR image reconstruction[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2018, 37(2): 491–503.
- [6] 荣楚誉. 基于卷积网络模型的非笛卡尔欠采样磁共振重建[D]. 深圳:中国科学院大学(中国科学院深圳先进技术研究院), 2021.
- [7] ZHU Bo, LIU J Z, CAULEY S F, et al. Image reconstruction by domain – transform manifold learning [J]. *Nature*, 2018, 555(7697): 487–492.
- [8] RAMZI Z, CHAITHYA G R, STARCK J L, et al. NC-PDNet: A density – compensated unrolled network for 2D and 3D non – Cartesian MRI reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2022, 41(7): 1625–1638.
- [9] ZHANG Qianjun, ZHANG Lei. Convolutional adaptive denoising autoencoders for hierarchical feature extraction [J]. *Frontiers of Computer Science*, 2018, 12(6): 1140–1148.
- [9] ZHANG Jinliang, ZHANG Yujun, TAN Zhongfu, et al. Forecasting day-ahead electricity prices using a new integrated model [J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2018, 105: 541–548.
- [10] KOSTRZEWSKI M, KOSTRZEWSKA J. Probabilistic electricity price forecasting with Bayesian stochastic volatility models [J]. *Energy Economics*, 2019, 80: 610–620.
- [11] SHRIVASTAVA N A, PANIGRAHI B K. A hybrid wavelet – ELM based short term price forecasting for electricity markets [J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2014, 55(7): 41–50.
- [12] YAN Xing, CHOWDHURY N A. Mid – term electricity market clearing price forecasting: A multiple SVM approach [J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2014, 58: 206–214.
- [13] PANAPAKIDIS I P, DAGOUMAS A S. Day-ahead electricity price forecasting via the application of artificial neural network based models [J]. *Applied Energy*, 2016, 172: 132–151.
- [14] LIU Hui, MI Xiwei, LI Yanfei. Wind speed forecasting method based on deep learning strategy using empirical wavelet transform, long short term memory neural network and Elman neural network [J]. *Energy Conversion and Management*, 2018, 156: 498–514.
- [15] PENG Lu, LIU Shan, LIU Rui, et al. Effective long short-term memory with differential evolution algorithm for electricity price prediction [J]. *Energy*, 2018, 162(1): 1301–1314.
- [16] 李敏, 李红娇, 陈杰. 差分隐私保护下的 Adam 优化算法研究 [J]. *计算机应用与软件*, 2020, 37(06): 253–258.
- [17] 杨观赐, 杨静, 李少波等. 基于 Dropout 与 ADAM 优化器的改进 CNN 算法 [J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2018, 46(07): 122–127.
- [18] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(3): 531–544.
- [19] 郑义, 岳建海, 焦静等. 基于参数优化变分模态分解的滚动轴承故障特征提取方法 [J]. *振动与冲击*, 2021, 40(01): 86–94.
- [20] KINGMA D P, BA J. Adam: A method for stochastic optimization [C] // *Proceedings of the 3rd International Conference on Learning Representations*. San Diego, CA, USA: dblp, 2015: 1–15.

(上接第 146 页)